

59. Mathematik-Olympiade  
1. Runde (Schulrunde)  
Aufgaben



© 2019 Aufgabenausschuss für die Mathematik-Olympiade in Deutschland  
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

**Hinweis:** Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen und Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.

590611

Am Ende der Sommerferien betrachten Amelie, Beatrix und Conny gegenseitig ihre Urlaubsfotos, die sie während ihrer Ferien in den Alpen, an der Ostsee und an der Nordsee gemacht haben. Jedes Mädchen war in den Ferien in genau einer dieser Regionen. Die Kinder stellen fest:

- (1) Alle Mädchen haben unterschiedlich viele Fotos gemacht.
- (2) Beatrix hat weniger Fotos gemacht als das Mädchen, das an der Ostsee im Urlaub war.
- (3) Es gibt mehr Fotos von der Nordsee als von den Alpen.
- (4) Die wenigsten Fotos hat Amelie gemacht.

Ermittle die Reihenfolge der Ferienregionen, geordnet nach der Anzahl der Fotos der Region, und ermittle auch, welches Mädchen wo seine Ferien verbracht hat.

590612

Gitter-Quadrate sollen ausgelegt werden. Zunächst stehen Spielsteine folgender vier Figurentypen zur Verfügung:

Rechteck  $2 \times 1$



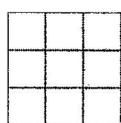
Rechteck  $3 \times 1$



Quadrat  $2 \times 2$



Quadrat  $3 \times 3$



- a) Zeichne ein  $5 \times 5$ -Quadrat und lege es so mit Spielsteinen aus, dass alle vier Figurentypen vorkommen, du aber nicht mehr als sechs Spielsteine verwendest. Zeige entsprechend, dass ein  $6 \times 6$ -Quadrat so ausgelegt werden kann, dass alle vier Figurentypen und nicht mehr als sechs Spielsteine verwendet werden. Zeige entsprechend, dass ein  $7 \times 7$ -Quadrat so ausgelegt werden kann, dass alle vier Figurentypen und nicht mehr als zehn Spielsteine verwendet werden.

Auf der nächsten Seite geht es weiter!



- b) Jetzt wird ein fünfter Figurentyp eingeführt - der Winkel:

Ist es möglich, ein  $5 \times 5$ -Quadrat mit sechs Spielsteinen, ein  $6 \times 6$ -Quadrat mit acht und ein  $7 \times 7$ -Quadrat mit zehn Spielsteinen auszulegen, wenn in allen Fällen alle fünf Figurentypen verwendet werden sollen?

- c) Und das Schwierigste am Schluss: Kann man aus neun Winkeln einen vergrößerten Winkel legen?

590613

Die Oma hat die T-Shirts der Enkelkinder gewaschen; eins ist rot, eins ist blau und zwei sind grün.

Sie hängt die T-Shirts nebeneinander zum Trocknen auf die Leine.

- a) Wie viele verschiedene Möglichkeiten der Anordnung hat die Oma dafür, wenn man nur die Farben betrachtet?
- b) Wie viele Möglichkeiten der Anordnung hätte die Oma, wenn alle vier T-Shirts verschiedene Farben hätten?

Nun findet die Oma in der Waschmaschine noch ein fünftes T-Shirt.

- c) Wie viele Möglichkeiten der Anordnung hätte die Oma, wenn alle fünf T-Shirts verschiedene Farben hätten?
- d) Das fünfte T-Shirt war aber grün, auf der Leine hängen also ein rotes, ein blaues und drei grüne T-Shirts. Wie viele verschiedene Möglichkeiten der Anordnung gibt es jetzt für das Aufhängen auf der Leine?

590614

In einer Tabelle mit sieben Spalten werden die natürlichen Zahlen 1, 2, 3, ... fortlaufend notiert (siehe Abbildung). Die Tabelle kann nach unten beliebig erweitert werden.

- a) An welchen Stellen in der Tabelle (Zeile und Spalte) befinden sich alle Zahlen, die sowohl durch 3 als auch durch 7 teilbar sind? Wie viele dieser Zahlen gibt es bis zur hundertsten Zeile?
- b) An welchen Stellen in der Tabelle befinden sich alle Zahlen, die sowohl durch 3, durch 6 als auch durch 7 teilbar sind?
- c) An welchen Stellen in der Tabelle befinden sich alle Zahlen, die sowohl bei Division durch 7 als auch bei Division durch 8 den Rest 1 lassen?
- d) An welchen Stellen in der Tabelle befinden sich alle Zahlen, die bei Division durch 7 den Rest 6 und bei Division durch 8 den Rest 7 lassen?
- e) An welcher Stelle in der Tabelle steht die Zahl 2019?

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	32	33	34	35
36	37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56
57	58	59	60	61	62	63
64	65	66	67	68	69	70
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮